

HRVATSKO LOGIČKO UDRUŽENJE

NAJBOLJI LOGIČKI ZADATCI



HRVATSKO LOGIČKO UDRUŽENJE

NAJBOLJI LOGIČKI ZADATCI

ZBIRKA ZADATAKA SKUPINE AUTORA

STUDENI 2017.

Uvod

Ova knjižica sadrži šest zadataka koji su prijavljeni na Natječaj za najbolji logički zadatak u organizaciji Hrvatskoga logičkog udruženja.

Svaki zadatak sadrži rješenje i objašnjenje rješenja te je naveden njegov autor.

Knjižica je prvenstveno zamišljena kao pomoć učenicima i profesorima u pripremi za natjecanja iz logike, ali može koristiti i studentima te biti zanimljiva svima koji imaju interesa u logici.

Zadatci su složeni po abecednom redu autora. Kako su neki autori svojim zadatcima nadijenuli imena, a neki nisu, preostalim su zadatcima dana imena u skladu s njihovim sadržajem. Za pojedine su zadatke prije objave bile potrebne dorade, stoga su autori tih zadataka zamoljeni da ih dorade prema preporukama ocjenjivača. Prije same objave u zadatke su uneseni mali jezični ispravci, ali nastojalo se minimalno intervenirati u tekst autora.

Zahvaljujemo svim autorima koji su poslali svoje zadatke na natječaj, kao i svim suradnicima koji su pomogli u odabiru zadataka.

Autori objavljenih zadataka su Tomislav Klarica, Luka Krešić, Antonio Krivić, Mia Izabela Stražanac, Nikola Škrbić i Iva Zekić.

Hrvatsko logičko udruženje

Sadržaj

Zadatak 1. Ispit iz fizike	1
Zadatak 2. Trgovac nekretninama	3
Zadatak 3. Ljepota egoizma	5
Zadatak 4. Ubojstvo u Sankt Peterburgu.....	11
Zadatak 5. Logički savez.....	17
Zadatak 6. Tjedna dedukcija	23

Zadatak 1. Ispit iz fizike

Ana, Branimir, Cvita, Dina i Enio, pетеро студената, полагало је испит из физике. Сваки је студент дао изјаве које могу бити истините и не морaju. Помоћу изјава студената и смјерница одредите који су студенти положили испит.

B: Ана и ја прошли smo или је Ана проšla, а Cvita nije.

D: Ако прођем ja, проći ће и Cvita.

Branimirova i Dinina izjava iste su istinitosne vrijednosti.

E: Ја ћу проћи или Dina neće.

A: Ја ћу проћи.

Samo je jedna od dviju navedenih (Aninih i Eniovih) izjava istinita.

A: Ако и само ако ја прођем, Branimir neће проћи.

Ova je izjava sigurno istinita.

B: Проћи ћемо Ана и ја.

D: Ако прођем ja, проћи ће и Enio.

Ili je Dinina Izjava istinita ili je Branimirova izjava istinita.

Rješenje

Студенти који prolaze jesu Branimir, Dina i Enio.

Objašnjenje

S obzirom na to da je Anina druga izjava („Ako i samo ako ja prođem, Branimir neće proći.“) sigurno istinita, ne mogu i Ana i Branimir proći, nego samo jedno od njih.

Ako poznajemo tu informaciju, možemo se osvrnuti na Branimirovu drugu izjavu („Proći ćemo Ana i ja.“). Ta je izjava sigurno neistina jer, kao što je već spomenuto, ne mogu proći oboje. Iz toga slijedi da je Dinina izjava („Ako prođem ja, proći će i Enio.“) istinita. Tako smo zaključili da je prošao i Enio.

Ovim zaključcima vraćamo se na Enijovu izjavu („Ja ću proći ili Dina neće“). Prema iskaznoj logici to je: $E \vee \neg D$ sto je istovrijedno $D \rightarrow E$ (prijašnja izjava). Odnosno, ako znamo da je taj iskaz istinit, znamo da je Anina izjava („Ja ću proći.“) neistinita. Iz toga slijedi da je Branimir sigurno prošao. Znajući da Ana nije prošla, proučimo prvu Branimirovu izjavu („Ana i ja prošli smo ili je Ana prošla, a Cvita nije.“). U iskaznoj logici, prema zakonu raspodjeljivosti, tu informaciju možemo zapisati kao i $(B \wedge A) \vee (A \wedge \neg C)$ što je istovrijedno $((B \vee \neg C) \wedge A)$. Budući da Ana ne prolazi, znamo da ta izjava nije istinita. Sukladno tome zaključujemo da ni Dinina izjava („Ako prođem ja, proći će i Cvita“) nije istinita. Kako se radi o pogodbi, ona može biti neistina samo u slučaju da je prednjak istinit, a posljedak neistinit (*Dina prolazi*, a *Cvita ne*).

Ako zaključimo da Branimir i Enio prolaze, a Cvita i Ana ne, lako možemo pomoći Dinine izjave („Ako prođem ja, proći će Enio“) zaključiti da i on prolazi.

Autor zadatka: **Tomislav Klarica**

Zadatak 2. Trgovac nekretninama

Tek zaposleni trgovac nekretninama gospodin Iglica dobio je zadatak od svojeg poslodavca da zainteresiranim kupcima pruži informacije o trima vilama za čiju su kupovinu zainteresirani: Vili „Proljeće“, Vili „San“ i Vili „Sunce“. Radi se o informacijama kao što su boja krova, sadržaj dvorišta i broj katova.

Stvar bi bila jednostavna da poslodavci gospodina Iglice ovim zadatkom nemaju namjeru provjeriti snalažljivost i logičko zaključivanje svojeg tek zaposlenog kolege. Naime, gospodin Iglica raspolaže ograničenim informacijama. Poznato mu je da su vile u istoj ulici i u sljedećem nizu: Vila „Proljeće“, Vila „San“, Vila „Sunce“. Sve se vile međusobno razlikuju po sadržaju dvorišta, boji krova i broju katova.

Kako bi ovaj zadatak bio rješiv, poslodavci gospodina Iglice pružili su mu i dodatne informacije koje se sastoje od šest rečenica:

1. Vila „Proljeće“ nema najviše katova i prva je vila u nizu.
2. Vila koja ima zeleni krov nema najmanje katova niti dječje igralište.
3. Vila s dječjim igralištem nalazi se iza vile koja nema vrt.
4. Vila s najmanje katova nema plavi krov.
5. Vila koja ima zeleni krov nalazi se neposredno ispred vile koja ima plavi krov.
6. Vila „San“ ima više katova od vile koja je zadnja u nizu s plavim krovom.

Najprije gospodin Iglica treba svakoj vili pripisati pripadajuću boju krova: crvenu, zelenu ili plavu.

Vila „Proljeće“ ima _____ krov.

Vila „San“ ima _____ krov.

Vila „Sunce“ ima _____ krov.

Zatim gospodin Iglica treba svakoj vili pripisati odgovarajući sadržaj dvorišta: dječje igralište, bazen ili vrt.

U dvorištu vile „Proljeće“ nalazi se _____.

U dvorištu vile „San“ nalazi se _____.

U dvorištu vile „Sunce“ nalazi se _____.

Napokon, Iglica treba odrediti broj katova svake vile upisujući kraj svake vile odgovarajući broj: 4, 5 ili 6.

Vila „Proljeće“ ima __ kata/-ova.

Vila „San“ ima __ kata/-ova.

Vila „Sunce“ __ kata/-ova.

Rješenje

Vila „Proljeće“ ima **crveni** krov.

Vila „San“ ima **zeleni** krov.

Vila „Sunce“ ima **plavi** krov.

U dvorištu vile „Proljeće“ nalazi se **vrt**.

U dvorištu vile „San“ nalazi se **bazen**.

U dvorištu vile „Sunce“ nalazi se **dječje igralište**.

Vila „Proljeće“ ima **4** kata.

Vila „San“ ima **6** katova.

Vila „Sunce“ **5** katova.

Objašnjenje

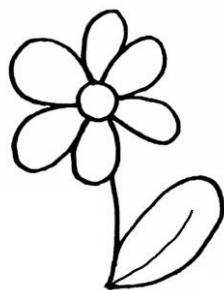
Iz prve rečenice možemo zaključiti da vila „Proljeće“ ima 4 ili 5 katova te da je prva u nizu. Druga rečenica nam trenutno ne pomaže kao ni treća, četvrta ni peta. Tek iz zadnje rečenice saznajemo da vila „Sunce“ ima plavi krov. Iz pete rečenice saznajemo da je vila koja ima zeleni krov vila „San“ jer je jedna prije u nizu do vile „Sunce“. Odmah potom možemo zaključiti da jedina vila koje je ostala, vila „Proljeće“, ima crveni krov. Iz druge rečenice zaključujemo da vila „San“ nema dječje igralište ni najmanje katova. Iz razloga što znamo da vila „San“ nema dječje igralište, a vila koja ima dječje igralište mora se nalaziti iza vile koja nema vrt, zaključujemo da vila s dječjim igralištem mora biti zadnja u nizu (vila „Sunce“). Iz iste rečenice možemo zaključiti da vila koja je odmah do vile „Sunce“ mora imati bazen. Konačno, zaključujemo da vila „Proljeće“ mora imati vrt. Iz četvrte rečenice zaključujemo da vila „Sunce“ nema najmanje katova, a zato što od prije znamo da vila „San“ nema najmanje katova, možemo zaključiti da vila „Proljeće“ ima najmanje katova (4). Iz zadnje rečenice možemo zaključiti da vila „San“ ima najviše katova (6) a da vila „Sunce“ mora imati 5 katova.

Autor zadatka: **Luka Krešić**

Zadatak 3. Ljepota egoizma

Prevedi podebljane iskaze u jezik predikatne logike (PL) i prirodnom dedukcijom u PL (u što manje koraka) dokaži da iz njih slijedi posljednja (zacrvenjena) rečenica.

U zemlji bez imena žive isključivo egoisti. Svi egoisti vole sebe zbog čega se, kako bi uspjeli u društvu, trude da ih i drugi vole, a kako su u zemlji bez imena svi ljudi sposobni, to i uspijevaju, pa vrijedi da u njoj **svatko voli onoga tko voli samog sebe**. Kako svaki egoist voli sebe, nije istina da svaki stanovnik zemlje bez imena nikoga ne voli. Zato **za sve stanovnike zemlje bez imena vrijedi da nekoga ne vole samo ako ne vole nikoga**. Također, u zemlji bez imena žive Kristina i Loblen i vrijedi da, **ako je istina da za svakoga vrijedi da postoji netko koga, ako ga voli, onda voli svih, onda Loblen voli Kristinu**. Dakle, u zemlji bez imena gdje žive samo egoisti **svatko voli svakoga**.



Rješenje

1	$\forall x(Lxx \rightarrow \forall yLyx)$	pretp.
2	$\forall z(\exists x \neg Lzx \rightarrow \forall y \neg Lzy)$	pretp.
3	$\forall z \exists x(Lzx \rightarrow \forall y Lzy) \rightarrow Llk$	pretp.
4	$\neg \exists x(Lnx \rightarrow \forall y Lny)$	pretp.
5	<u>Lnm</u>	pretp.
6	<u>$\neg Lnt$</u>	pretp.
7	<u>Lnt</u>	pretp.
8	<u>$\neg \forall y Lny$</u>	pretp.
9	<u>\perp</u>	6,7/u \perp
10	<u>$\neg \neg \forall y Lny$</u>	8-9/u \neg
11	<u>$\forall y Lny$</u>	10/i \neg
12	<u>$Lnt \rightarrow \forall y Lny$</u>	7-11/u \rightarrow
13	<u>$\exists x(Lnx \rightarrow \forall y Lny)$</u>	12/u \exists
14	<u>\perp</u>	4,13/u \perp
15	<u>$\neg \neg Lnt$</u>	6-14/u \neg
16	<u>Lnt</u>	15/i \neg
17	<u>$\forall y Lny$</u>	16/u \forall
18	<u>$Lnm \rightarrow \forall y Lny$</u>	5-17/u \rightarrow
19	<u>$\exists x(Lnm \rightarrow \forall y Lny)$</u>	18/u \exists
20	<u>\perp</u>	4,19/u \perp
21	<u>$\neg \neg \exists x(Lnx \rightarrow \forall y Lny)$</u>	4-20/u \neg
22	<u>$\exists x(Lnx \rightarrow \forall y Lny)$</u>	21/i \neg
23	<u>$\forall z \exists x(Lzx \rightarrow \forall y Lzy)$</u>	22/u \forall
24	<u>$\neg(\forall y Lny \vee \exists x \neg Lnx)$</u>	pretp.
25	<u>$Lnm \rightarrow \forall y Lny$</u>	pretp.
26	<u>$\exists x(Lnx \rightarrow \forall y Lny)$</u>	pretp.
27	<u><u>Lnm</u></u>	pretp.
28	<u>$\forall y Lny$</u>	25,27/i \rightarrow
29	<u>$\forall y Lny \vee \exists x \neg Lnx$</u>	28/u \vee
30	<u>\perp</u>	24,29/u \perp
31	<u>$\neg Lnm$</u>	27-30/u \neg
32	<u>$\exists x \neg Lnx$</u>	31/u \exists
33	<u>$\forall y Lny \vee \exists x \neg Lnx$</u>	32/u \vee
34	<u>\perp</u>	24,33/u \perp
35	<u>$\neg \exists x(Lnx \rightarrow \forall y Lny)$</u>	26-34/u \neg
36	<u>$\neg \exists x(Lnx \rightarrow \forall y Lny)$</u>	22,25-35/i \exists
37	<u>\perp</u>	22,36/u \perp
38	<u>$\neg \neg (\forall y Lny \vee \exists x \neg Lnx)$</u>	24-37/u \neg
39	<u>$\forall y Lny \vee \exists x \neg Lnx$</u>	38/i \neg

39	$\forall y Lny \vee \exists x \neg Lnx$	38/i \neg
40	<u>$\forall y Lny$</u>	pretp.
41	<u>$\exists x Lnx$</u>	pretp.
42	$Lnn \rightarrow \forall y Lyn$	1/i \forall
43	Lnn	40/i \forall
44	$\forall y Lyn$	42,43/i \rightarrow
45	$\exists x Lnx \rightarrow \forall y Lyn$	41-44/u \rightarrow
46	<u>$\exists x \neg Lnx$</u>	pretp.
47	<u>$\exists x Lnx$</u>	pretp.
48	<u>Lnm</u>	pretp.
49	<u>$\neg \forall y Lyn$</u>	pretp.
50	$\exists x \neg Lnx \rightarrow \forall y \neg Lny$	2/i \forall
51	$\forall y \neg Lny$	46,50/i \rightarrow
52	$\neg Lnm$	51/i \forall
53	\perp	48,52/u \perp
54	$\neg \neg \forall y Lyn$	49-53/u \neg
55	$\forall y Lyn$	54/i \neg
56	$\forall y Lyn$	47,48-55/i \exists
57	$\exists x Lnx \rightarrow \forall y Lyn$	47-56/u \rightarrow
58	$\exists x Lnx \rightarrow \forall y Lyn$	39,40-45,46-57/i \vee
59	$\forall z (\exists x Lzx \rightarrow \forall y Lyz)$	58/u \forall
60	Llk	3,23/i \rightarrow
61	$\exists x Llx$	60/u \exists
62	$\exists x Llx \rightarrow \forall y Lyl$	59/i \forall
63	$\forall y Lyl$	61,62/i \rightarrow
64	Lnl	63/i \forall
65	$\exists x Lnx$	64/u \exists
66	$\forall y Lyn$	58,65/i \rightarrow
67	$\forall x \forall y Lyx$	66/u \forall

Moguća su i druga rješenja, ali ovo je vjerojatno najjednostavnije i najkraće.

Objašnjenje

Za početak prevedimo podebljane iskaze u jezik PL:

- svatko voli onoga tko voli samog sebe: $\forall x(Lxx \rightarrow \forall yLyx)$
- za sve stanovnike zemlje bez imena vrijedi da nekoga ne vole samo ako ne vole nikoga: $\forall z(\exists x \neg Lzx \rightarrow \forall y \neg Lzy)$
- ako je istina da za svakoga vrijedi da postoji netko koga, ako ga voli, onda voli svih, onda Loblen voli Kristinu: $\forall z \exists x(Lzx \rightarrow \forall y Lzy) \rightarrow Llk$

To su naše premise iz kojih trebamo dobiti: $\forall x \forall y Lxy$ (redoslijed varijabli nije važan).

Prvo uočimo da je antecedens treće premise teorem, što znači da je konzervativni iste premise uvijek istinit, ali, da bismo ga mogli koristiti u dalnjim izvodima, očito ćemo morati dokazati antecedens.

1	$\neg \exists x(Lnx \rightarrow \forall y Lny)$	pretp.
2	<u>Lnm</u>	pretp.
3	<u>$\neg Lnt$</u>	pretp.
4	<u>Lnt</u>	pretp.
5	<u>$\neg \forall y Lny$</u>	pretp.
6	\perp	3,4/u \perp
7	$\neg \neg \forall y Lny$	5-6/u \neg
8	$\forall y Lny$	7/i \neg
9	$Lnt \rightarrow \forall y Lny$	4-8/u \rightarrow
10	$\exists x(Lnx \rightarrow \forall y Lny)$	9/u \exists
11	\perp	1,10/u \perp
12	$\neg \neg Lnt$	3-11/u \neg
13	<u>Lnt</u>	12/i \neg
14	<u>$\forall y Lny$</u>	13/u \forall
15	$Lnm \rightarrow \forall y Lny$	2-14/u \rightarrow
16	$\exists x(Lnm \rightarrow \forall y Lny)$	15/u \exists
17	\perp	1,16/u \perp
18	$\neg \neg \exists x(Lnx \rightarrow \forall y Lny)$	1-17/u \neg
19	$\exists x(Lnx \rightarrow \forall y Lny)$	18/i \neg
20	$\forall z \exists x(Lzx \rightarrow \forall y Lzy)$	19/u \forall

Zatim možemo zamijetiti da dobiveni teorem možemo zapisati i kao: $\exists x \neg Lnx \vee \forall y Lny$ (n voli svih ili n nekoga ne voli), tj. $\forall z(\exists x \neg Lzx \vee \forall y Lzy)$, a taj nam je oblik značajan jer iz njegovih disjunkta možemo isključiti implikacije u prvoj i drugoj premisi. Tako imamo:

- $\forall y Lny \vdash Lnn; Lnn \vdash \forall y Lyn$
- $\exists x \neg Lnx \vdash \forall y \neg Lny$

Zato možemo prepostaviti da će sljedeći korak do konačnog rješenja biti upravo dobivanje dotične disjunkcije iz teorema kojeg smo izveli.

1	$\exists x(Lnx \rightarrow \forall yLny)$	pretp
2	$\neg(\forall yLny \vee \exists x \neg Lnx)$	pretp.
3	$Lnm \rightarrow \forall yLny$	pretp.
4	$\exists x(Lnx \rightarrow \forall yLny)$	pretp.
5	Lnm	pretp.
6	$\forall yLny$	3,5/i \rightarrow
7	$\forall yLny \vee \exists x \neg Lnx$	6/u \vee
8	\perp	2,7/u \perp
9	$\neg Lnm$	5-8/u \neg
10	$\exists x \neg Lnx$	9/u \exists
11	$\forall yLny \vee \exists x \neg Lnx$	10/u \vee
12	\perp	2,11/u \perp
13	$\neg \exists x(Lnx \rightarrow \forall yLny)$	4-12/u \neg
14	$\neg \exists x(Lnx \rightarrow \forall yLny)$	1,3-13/i \exists
15	\perp	1,14/u \perp
16	$\neg \neg(\forall yLny \vee \exists x \neg Lnx)$	2-15/u \neg
17	$\forall yLny \vee \exists x \neg Lnx$	16/i \neg

Sada možemo nastaviti sa započetom strategijom te iz jednog disjunkta dobiti $\forall yLyn$, a iz drugog $\forall y \neg Lny$. Tu vidimo da u jednom slučaju disjunkcije koju smo rastavljali vrijedi da svi vole n, a u drugom slučaju da n ne voli nikoga. Iz toga možemo zaključiti da svi vole n ako n voli barem nekoga.

1	$\forall x(Lxx \rightarrow \forall yLyx)$	pretp.
2	$\forall z(\exists x \neg Lzx \rightarrow \forall y \neg Lzy)$	pretp.
3	$\forall yLny \vee \exists x \neg Lnx$	pretp.
4	<u>$\forall yLny$</u>	pretp.
5	<u>$\exists x \neg Lnx$</u>	pretp.
6	$Lnn \rightarrow \forall yLyn$	1/i \forall
7	Lnn	4/i \forall
8	$\forall yLyn$	6,7/i \rightarrow
9	$\exists x \neg Lnx \rightarrow \forall yLyn$	5-8/u \rightarrow
10	<u>$\exists x \neg Lnx$</u>	pretp.
11	<u>$\exists x \neg Lnx$</u>	pretp.
12	<u>Lnm</u>	pretp.
13	<u>$\neg \forall yLyn$</u>	pretp.
14	$\exists x \neg Lnx \rightarrow \forall y \neg Lny$	2/i \forall
15	$\forall y \neg Lny$	10,14/i \rightarrow
16	$\neg Lnm$	15/i \forall
17	\perp	12,16/u \perp
18	$\neg \neg \forall yLyn$	13-17/u \neg
19	$\forall yLyn$	18/i \neg
20	$\forall yLyn$	11,12-19/i \exists
21	$\exists x \neg Lnx \rightarrow \forall yLyn$	11-20/u \rightarrow
22	$\exists x \neg Lnx \rightarrow \forall yLyn$	3,4-9,10-21/i \vee

Dakle, u zemlji bez imena vrijedi da, ako nekoga voliš, svi te vole. Kako znamo da Loblen voli Kristinu, znamo i da voli barem nekoga, što znači da svi vole Loblena. Nadalje, vidimo da svatko voli barem nekoga (Loblena) iz čega možemo zaključiti da svatko voli svakoga.

1	$\forall z(\exists x \neg Lnx \rightarrow \forall yLyn)$	pretp.
2	<u>Llk</u>	pretp.
3	$\exists x \neg Lnx$	2/u \exists
4	$\exists x \neg Lnx \rightarrow \forall yLyl$	1/i \forall
5	$\forall yLyl$	3,4/i \rightarrow
6	Lnl	5/i \forall
7	$\exists x \neg Lnx$	6/u \exists
8	$\exists x \neg Lnx \rightarrow \forall yLyn$	1/i \forall
9	$\forall yLyn$	7,8/i \rightarrow
10	Lmn	9/i \forall
11	$\forall yLmy$	10/u \forall
12	$\forall x \forall yLxy$	11/u \forall

Autor zadatka: **Antonio Krivić**

Zadatak 4. Ubojstvo u Sankt Peterburgu

U jednoj aristokratskoj kući u Sankt Peterburgu dogodilo se ubojstvo. Na mjesto zločina poslan je istražitelj Porfirije Petrovič. U toj kući okupili su se prijatelji i poznanici da popiju šalicu toplog čaja, a onda su se razišli po različitim sobama kako bi pričali i međusobno se družili. Kada Porfirije dolazi na mjesto zločina, nalazi da je većina svjedoka još u šoku te mu nisu mnogo toga mogli reći: ubojstvo se dogodilo u blagovaonici te tijelo nije pomicano ni u jednom trenutku. Tijelo je nađeno kako leži na stolu, što je veoma vidljivo mjesto pa je nemoguće ne primijetiti tijelo. Tijelo je tako unakaženo da je neprepoznatljivo te svatko tko ga ugleda mora vrhnuti. U kući je u trenutku ubojstva bilo osmero ljudi (uključujući i žrtvu) od koji su svi osim jednog bili pozvani na čajanku. Nakon ubojstva nitko nije izšao iz kuće te svi živi sjede u sobi za čaj s Porfirijem. Srećom, Porfirijev se nećak našao u toj kući te mu može reći nešto više:

„Ne znam je li blagovaonica bila prazna kada sam ušao u kuću, ali sa sigurnošću mogu reći da sam video sve koji su ušli ili izašli iz nje nakon mog dolaska jer blagovaonica imaju samo jedna velika vrata. Ja nisam bio pozvan na čaj, već sam došao da obavim neke poslove. Prvo sam video udovicu kako ulazi u blagovaonicu sa sluškinjom. Nedugo nakon toga udovica je izašla, a unutra se ušuljao Akakije. Par minuta kasnije u blagovaonicu je ušao batler i iz nje istjerao Odincovu i plemića. Sonja je ušla unutra da provjeri kakva je to buka, a pisac je ušao nedugo poslije nje. Nešto kasnije Odincova se vratila u blagovaonicu te sam se ja ušuljao za njom. Tada smo u blagovaonici bili batler, Sonja, pisac, sluškinja i ja. Ja i Sonja smo izašli van da bih joj mogao u miru laskati. Sluškinja je izašla negdje poslije nas, a za njom je izletio Vronski. Oko osam sati Nataša je ušla u blagovaonicu i vrhnula jer je pronašla tijelo.“

Kada je Porfirijev nećak završio sa svojim iskazom, grofici je bilo bolje pa je htjela i ona dati iskaz:

„Sjećam se da sam izašla iz blagovaonice sa studentom. Unutra smo ostavili batlera, sluškinju te ili Vronskog, ili Jevgenija.“

Udovica je nadopunila sve ostale nejasne podatke:

„Htjela sam goste pozvati u blagovaonicu, ali sam, ušavši u nju, našla da je blagovaonica prazna i prljava. Vratila sam se po sluškinju te sam ju ostavila samu da čisti. Tijekom večeri dva su se čak muškarca ušuljala za njom. Prvi je bio plemić, a drugi student. Taj isti student kasnije je izašao s groficom te joj je laskao tako da me bilo sramota slušati. Ipak to nije najveća katastrofa večeri – još uvijek sam zgrožena time što sam baš ja našla mrtvaca. Stravično. Ah, vidim da ste

zbunjeni pa mi dopustite da Vam objasnim ponešto o svim ljudima u ovoj kući izuzev naravno policije. Sve koji su bili na čaju smatram gostima, a to su: Sonja, Akakije, Vronski, Levin, Jevgenij, Odincova i moja malenkost. Ovom prilikom čak sam pozvala i svoju sluškinju i batlera na čajanku. Sonja je poštena žena pa uvijek govori istinu. Na sramotu mog roda Rostov ne znam tko je točno vojni časnik, ali znam da je to ili Akakije, ili Jevgenij. Svi ovdje su nešto od sljedećeg: sluškinja, pisac, vojni časnik, batler, udovica, grofica, student, plemić; ali nitko nije više od jednog od tog. Zaklinjem Vam se na Bibliju, evo, da je svaka riječ koja je sada iz mojih usta izišla, istinita.“

Porfirije zna da kad se netko zakune na Bibliju, govori istinu. Također zna da je njegov nećak Razumihin častan čovjek te da on niti laže, niti bi počinio tako gnjusan zločin kao ubojstvo. Porfirije je pravilno ispunio tablicu u nastavku prema dosad poznatim činjenicama te je u zadnji stupac stavio kvačicu u red koji pripada žrtvi. No nažalost prolio mu se čaj po tablici i sada se ne vidi pročitati što u njoj piše pa ti, kao policijski pomoćnik, moraš ponovno ispuniti tablicu kako je to učinio i Porfirije:

Ime osobe	Zanimanje, titula ili bračni status osobe	
Sonja		
Akakije		
Vronski		
Levin		
Jevgenij		
Odincova		
Razumihin		

Porfirije se iz sobe za čaj uputio u blagovaonicu da ju prouči zajedno sa tijelom. Koristeći godine svog radnog iskustva, svoje opširno znanje, saznanja koja je dosad stekao o ovom ubojstvu te iskaze ostalih svjedoka došao je do nekih novih zaključaka i zapažanja koja se tiču oružja ubojstva:

1. Samo ako je korišteno vatreno oružje, u zidu će biti rupa.
2. Samo ako je korišten teški predmet, na zidu će biti mrlje od krvi.
3. Ako je korišteno uže ili otrov, mrtvačevo lice je plavo.
4. Svi zvukovi koji su se čuli te večeri iz blagovaonice bili su ding-dong, vikanje ili vrisak.
5. Ako je zid oštećen, udovica plače.

6. Nešto je u ormaru.
7. Pištolj i puška su jedino vatreno oružje u kući.
8. Ako je vatreno oružje zamotano u ručnik, ono ne proizvodi nikakav zvuk.
9. Ako je u zidu rupa ili mrlja od krvi, zid je oštećen.
10. Moguća oružja ubojstva su uže, otrov, oštri i teški predmeti te vatreno oružje.
11. Ako je korišten nož ili otrov, onda je oružje ubojstva u džepu ubojice.
12. Ako je korišten težak predmet ili otrov, žrtva ubojstva je vrисnula.
13. Jedini oštri predmeti u kući su nož i sjekira.
14. Jedini teški predmeti u kući su sjekira i čekić.
15. Vatreno oružje proizvodi zvuk bam kad se koristi.
16. Samo ako je korišten čekić stol je oštećen.
17. U ubojstvu je korišten samo jedan predmet.
18. Ako je žrtva vrисnula, udovica je nagluha.
19. Puška se ne može zamotati u ručnik.
20. Ako je korišteno uže, žrtva visi.
21. Ako je korištena puška, sjekira ili čekić, onda je oružje ubojstva u ormaru.
22. Ako je stol oštećen, udovica plače i psuje.
23. Ako se iz blagovaonice čuo bam, udovica je nagluha.
24. U kući nema nijednog ručnika.
25. Samo ako je oružje ubojstva u džepu ubojice, treba pregledati džepove gostiju.
26. Sve živo i sve neživo može ili biti na nogama, ili sjediti, ili ležati, ili visjeti.
27. Ormar je prazan ako i samo ako oružje ubojstva nije puška, sjekira ili čekić.
28. Mrtvačeve lice je plavo.
29. Nitko nagluh ne može psovati.
30. U blagovaonicu postoje dva ulaza, od kojih iza jednog je tajni prolaz. Za tajni ulaz i prolaz zna samo ubojica i oni su korišteni prilikom ubojstva. U trenutku kada je Nataša vrисnula, ubojica je morao još uvijek biti u tajnom prolazu gdje ga nitko nije mogao vidjeti.

Od sada nadalje tvoj je zadatak da na prazne crte upišeš odgovarajuće riječi ili criticu (-) kao znak da na praznu crtu ne treba ići nijedna riječ.

„Aha!“ uzvikne Porfirije.

„Eto još većeg zapleta u ovom slučaju. Sva sreća da sada znam da _____ treba pregledati džepove svih šest živih gostiju čajanke zato što je u ubojstvu ovog čovjeka korišten/-o/-a _____. Sada nam ostaje još samo otkriti ubojicu.“

Razumihin je odmah ponudio pomoć rekavši sljedeće:

„*Svi gosti izuzev žrtve, ubojice i Nataše bili su u jednoj od dviju soba kada je Nataša otkrila tijelo: ili u knjižnici, ili u vinskom podrumu. Ja sam bio u knjižnici, na njenom samom ulazu. U trenutku vriska i dalje sam laskao Sonji koja je bila sa mnom u knjižnici.*“

Sljedeće su izjave ostalih gostiju:

Akakije: „*Kada je tijelo otkriveno, bio sam u knjižnici. I Vronski je bio тамо.*“

Vronski: „*Bio sam u podrumu kad se začuo vrisk.*“

Jevgenij: „*Ja nisam ubojica. Odnicova je bila u podrumu.*“

Odnicova: „*Kada se začuo vrisk bila sam u podrumu. Ako sam lagala, onda i Sonja laže.*“

Sonja: „*Oni koji lažu, uvijek lažu. Svi su muški gosti lažljivci osim jednog.*“

„Sada sve znam,“ reče Porfirij.

„Ubojica je samo jedan/-na i to ste Vi, _____! Molim Vas, uhiti ovog/-u odvratnog/-u, hladnokrvnog/-u ubojicu.“

Rješenje

Ime osobe	Zanimanje, titula ili bračni status osobe	
Sonja	Grofica	
Akakije	Plemić	
Vronski	Pisac	
Levin	Batler	✓
Jevgenij	vojni časnik	
Odincova	Sluškinja	
Razumihin	Student	
Nataša	Udovica	

ne, sjekira, Vronski

Objašnjenje

Prema onome što je Razumihin video prije nego je ušao u blagovaonicu, u blagovaonici bi trebalo biti četvero ljudi ne uključujući njega. Kad nabraja koga je sve video u blagovaonici, nabraja četvero ljudi opet ne uključujući sebe samoga. Dakle, u trenutku kada je počeo promatrati vrata blagovaonice, ona je bila prazna. Prema onome što je rekao, prije njega, od ženskih osoba, u blagovaonicu su ušle Sonja i Odincova, a u blagovaonici je video Sonju i sluškinju. Dakle Odincova je sluškinja. Razumihin zna za dva muškarca da su se ušljala za njom u blagovaonicu: prvo Akakije, a zatim on sam. To je primjetila i udovica pa iz njenog iskaza dolazimo do zaključka da je Akakije plemić, a Razumihin student. Udovica je također vidjela kako Razumihin izlazi s groficom iz blagovaonice te da joj je onda laskao. Žena s kojom je Razumihin izašao iz blagovaonice bila je Sonja, pa je Sonja grofica. Ona kaže da su u blagovaonici ostavili batlera, sluškinju te ili Vronskog, ili Jevgenija. Prema Razumihinovom iskazu u blagovaonici su ostavili batlera, sluškinju i pisca pa je tako pisac ili Vronski, ili Jevgenij. Znamo da je nakon Razumihina, Sonje i sluškinje iz blagovaonice izašao Vronski pa to potvrđuje da je on pisac. Tijelo je, prema Razumihinu, našla Nataša, a kasnije udovica tvrdi da ga je našla ona. Dakle, udovica je Nataša pa je njezino ime potrebno upisati u zadnji red tablice. Ona se prisjeća da je vojni časnik ili Akakije, ili Jevgenij, ali mi već znamo da je Akakije plemić. Kako on onda ne može biti pisac, Jevgenij je pisac. Zadnje ime koje ostaje je Levin, a zadnje zanimanje batler pa je onda Levin batler. Prema Razumihinovom svjedočenju, kada je udovica Nataša ušla u blagovaonicu i vrisnula, u blagovaonici je trebao biti samo batler Levin. Dakle, batler je ubijen.

Znamo da su u kući sigurno pištolj, puška (7), nož, sjekira i čekić (13, 14). Kao još mogućih oružja ubojstva spominju se uže i otrov (10). U kući nema ručnika (24), dakle ništa nije zamotano u ručnik. Vatreno oružje koje nije zamotano u ručnik proizvodi zvuk bam (15) koji se nije čuo iz blagovaonice (4). Dakle nije korišteno vatreno oružje, to jest nije korišten ni pištolj, ni puška. Ako je korišteno uže, žrtva visi (20). Na samom početku ovog zadatka spominjemo doduše da žrtva leži. Kako nije moguće istovremeno ležati i visjeti (26), ulazimo u kontradikciju koja nas vodi do zaključka da oružje ubojstva nije uže. Pretpostavimo li pak da je korišten čekić, stol je oštećen (16), a udovica plače i psuje (22). Kako je čekić težak predmet (14), žrtva je vrisnula (12), a udovica je nagluha (18). Znajući da nagluhi ne mogu psovati (29), opet ulazimo u kontradikciju koja nas navodi na zaključak da nije korišten čekić. Ako je korišten nož ili otrov, onda je oružje ubojstva u ubojićinu džepu (11). Istovremeno, ako i samo ako je oružje ubojstva sjekira (jer smo dokazali da ne može biti ni puška ni čekić), onda ormari nije

prazan (27). Kako ormar nije prazan (6), nož i otrov nisu oružje ubojstva dok sjekira, koja je u ormaru, jest (21). Kako oružje ubojstva nije u džepu ubojice, ne treba pregledati džepove gostiju (25).¹

Znamo da Razumihin ne laže i da Sonja uvijek govori istinu. Od njih saznajemo da su oboje bili u knjižnici, da lažljivci uvijek lažu i da su svi muški gosti lažljivci osim jednog. To znači da ili Akakije, ili Vronski, ili Jevgenij govori istinu. Odnicova tvrdi da, ako ona laže, laže i Sonja, a budući da Sonja ne laže, modusom tollensom zaključujemo da ni Odnicova ne laže. Dakle, Odnicova je bila u podrumu i nije ubojica kao ni Sonja te Razumihin. Pretpostavimo li da, na primjer, Akakije govori istinu, ni on, ni Vronski nisu ubojice jer su bili skupa u podrumu. To se poklapa s Vronskijevom izjavom i činjenicom da je Vronski onda lagao. I Jevgenij je lagao pa je onda on ubojica i Odnicova nije bila u podrumu. Ali kako je Odnicova uistinu bila u podrumu, dolazimo do kontradikcije uz pomoć koje znamo da Akakije sigurno ne govori istinu, to jest laže. Jevgenij sigurno govori istinu jer u protivnom ćemo ponovno doći do iste kontradikcije. Sad znamo da je ubojica ili Akakije, ili Vronski, da ni jedan od njih nije bio u knjižnici u trenutku udovičina vriska te da Vronski, u tom istom tenu, nije bio u podrumu. Kako Vronski nije bio ni u knjižnici, ni u podrumu, a nije ni žrtva, ni udovica, on je ubojica.

Autorica zadatka: **Mia Izabela Stražanac**

¹ Ovaj dio zadatka može se riješiti na više načina, a ovo je jedan od njih. Doduše, svi načini vode do istog rješenja.

Zadatak 5. Logički savez

Pripadnici proceduralne satnije bojne prvega reda klasične pukovnije formalne brigade deduktivnog korpusa vojne fronte Logičkog Saveza nalaze se na redovitim vježbama. Pred trojicom njih nalazi se važan zadatak izdržljivosti i koncentracije. Kako bi se njegovao timski duh prave suradnje i pozornost usmjerila na ono što je ovdje važno, privremeno su odbacili svoja prava imena pa ćemo ih prepoznavati pomoću prvih slova naše abecede: A, B i C.

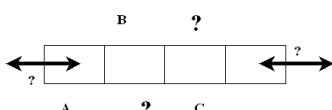
Njihov je zadatak provući se kroz oveću cijev iznutra podijeljenu na četiri odjeljka, tako da svaki put prelazak iz jednog u drugi odjeljak napravi točno jedan vojnik (ne smiju se kretati istodobno). Provlačenje podrazumijeva izlazak iz cijevi kroz otvor suprotan onom kroz koji su ušli tako da iz jednog odjeljka pređu u drugi, njemu susjedni. Vojnicima je ostavljeno na volju koliko će puta pokušavati i kako će se unutar cijevi kretati. Moguće je da uđu s jedne strane, izadu na istu, zaobiđu cijev, uđu s druge strane, opet se vrate itd. Svakom je vojniku također slobodno odabrati s koje će strane u cijev najprije ući.

Vojnici A i B su dobili stroga naređenja koja pri kretanju unutar cijevi moraju poštovati. Svaki vojnik u cijevi nalazit će se u nekom odjeljku. Pritom A i B moraju paziti da stalno bude istinito sljedeće:

A: Netko je u susjednom odjeljku onom gdje se ja nalazim.

B: Ja sam jedini u ovom odjeljku.

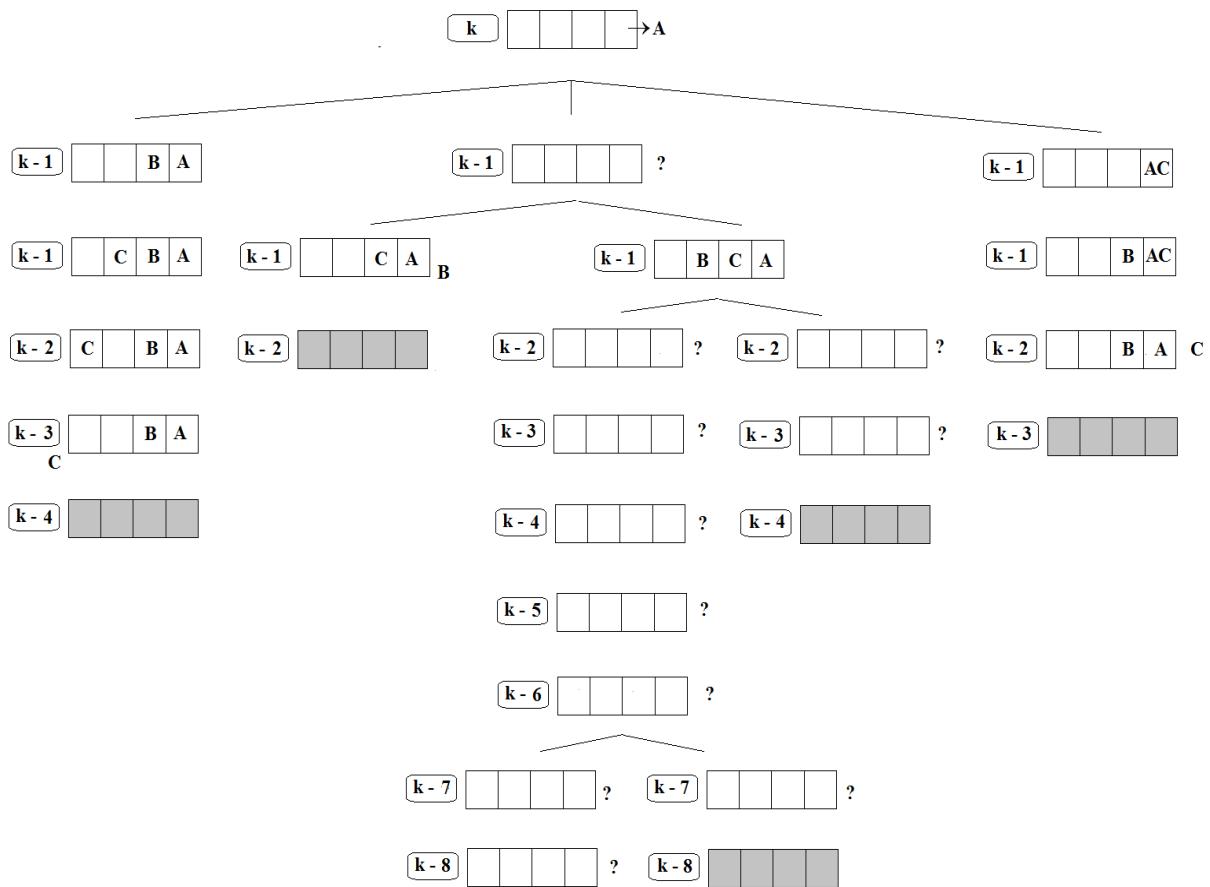
Svaki se vojnik, baš kao što i treba biti u ovom ratu za logiku, kreće kroz cijev vodeći računa o naredbama svojih suboraca i nijedan neće napraviti prelazak u susjedno polje ako to krši neku od zadanih naredbi. To se odnosi i na vojnika C koji je samo prividno slobodan. I on će, možda čak u većoj mjeri od ostalih, pokazati da naredbe upućene drugima doživljava kao da su namijenjene njemu.



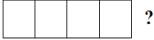
Vojnik B svoj zadatak može lako izvršiti. Dovoljno je da uđe u cijev, vodi računa da je jedini u odjeljku u kojem se nalazi i korak po korak mirno se dokopa izlaza. Za vojnika C se također može slično reći. Ipak, svakom je vojniku stalo da zadatak izvrše svi. Kao istinski pripadnici svoje satnije i tradicije rješavanja i najsloženijih zadataka, oni ne žele nagađanjem, pokušajima i greškama doći do svog cilja, već to uvijek čine određenim, pouzdanim postupkom koji ih dovede do pravog plana nakon čega pristupaju preciznom izvršavanju. Kako bi riješili ovaj zadatak,

krenuli su od završnog koraka uspješnog postupka (korak k). To je izlazak vojnika A iz cijevi. Vidjevši da je, prema sadržaju naredbi svejedno koja će strana biti ulazna, koja izlazna, uzeli su da će A, ključni vojnik za izvršenje zadatka, izaći nadesno. Analizu mogućnosti prikazali su u obliku stabla. Završni korak k kretanja grana se na nekoliko mogućih, u skladu s naredbama, prethodnih koraka k-1, a svaki od njih na svoje prethodnike itd. Pri analizi su izbjegavali ponavljanje koraka u određenoj grani kao nepotrebnu vremensku petlju koja ne dovodi do rješenja: pozicije u kojoj je vojnik A izvan cijevi i lijevo od nje. Osjenčana stanja u nekim koracima predstavljaju neizbjegjan prekršaj naredbi.

- Popunite njihovu analitičku shemu slovima A, B i C u onim stanjima koja su označena upitnikom i utvrdite, mogu li vojnici izvršiti zadatak.



k - 9  ?

k - 10  ?

k - 11  ?

k - 12  ?

k - 13  ?

k - 14  ?

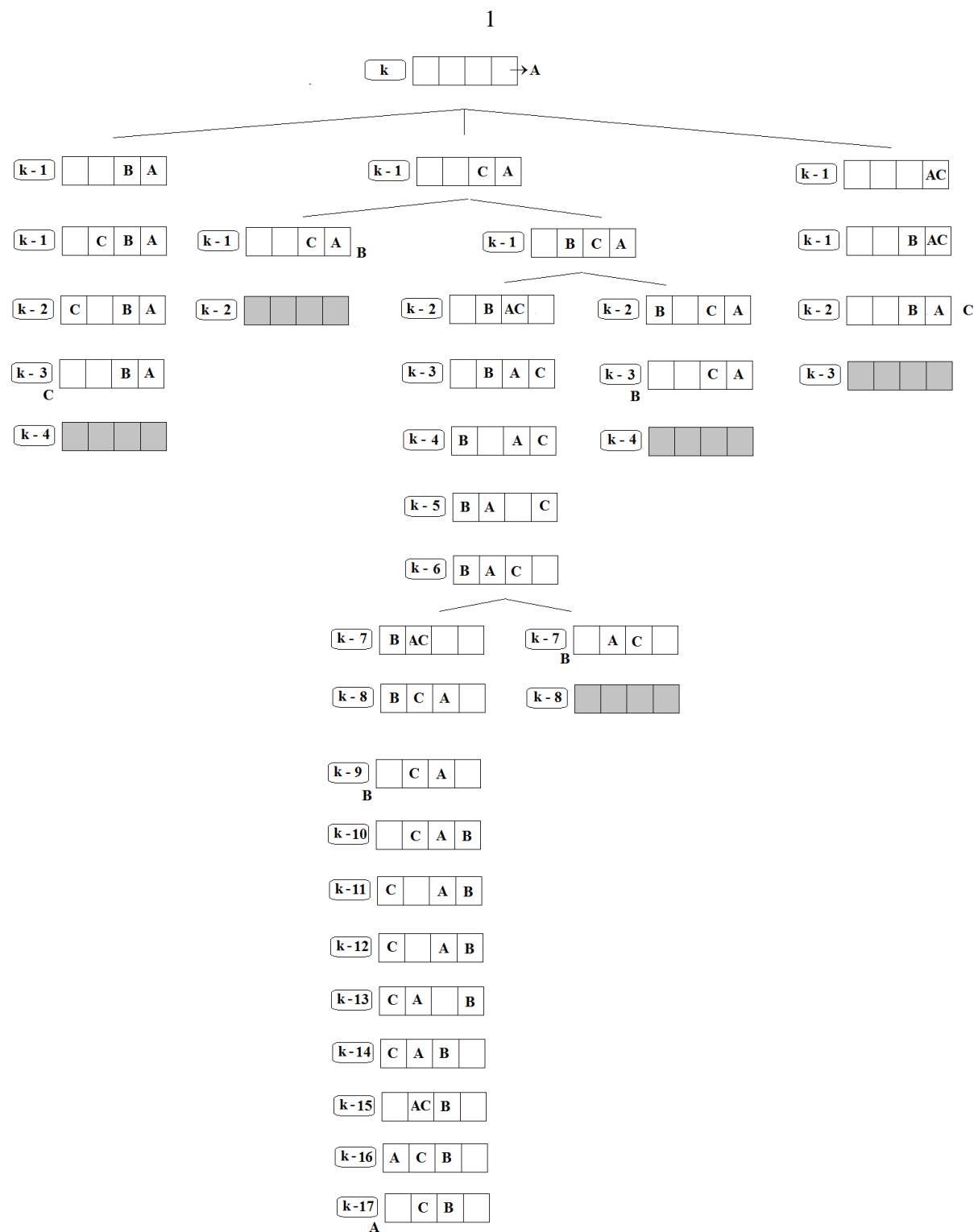
k - 15  ?

k - 16  ?

k - 17  A ?

2. Koji će od vojnika posljednji izvršiti zadatak prolaska kroz cijev u najkraćem postupku zasnovanom na analitičkoj shemi?

Rješenje



k_1	C	k^*0	B
k_2	C B	k^*1	B
k_3	C B	k^*2	B
		k^*3	C B
k_4	C B		
k_5	A C B		
k_6	AC B		
k_7	C A B		
k_8	C A B		
k_9	C A B		
k_{10}	C A B		
k_{11}	C A B	B	
k_{12}	B C A		
k_{13}	B AC		
k_{14}	B A C		
k_{15}	B A C		
k_{16}	B A C		
k_{17}	B A C		
k_{18}	B AC		
k_{19}	B C A		
k_{20}	B C A		
k_{21}	B C A		
k_{22}	B C A		
k_{23}	B A C		
k_{24}	B A C		
k_{25}	A B C		

Objašnjenje

1

Polja (odjeljke cijevi) popunjavamo tako da nastojimo ne prekršiti nijednu od dvije zapovijedi. U odjeljku koji se nalazi do odjeljka gdje je A mora biti netko drugi, a B mora biti jedini u svom odjeljku.

2

Vojnik B. Do pozicije u k-17 postupka prema analitičkoj shemi od prvog koraka može se doći u pet ili četiri koraka. Odabere li se varijanta s pet koraka, vojnik B prvi ostvaruje svoj zadatak, a nakon toga samo pomaže drugim vojnicima. Uvodni dijelovi ovih varijanti nisu jedini mogući (lijeva varijanta ne mora izmjenjivati kretanje B i C, u desnoj varijanti možemo dopustiti da se C i B naizmjenice kreću), no brojnost koraka ovisi s koje strane u cijev ulazi B.

Autor zadatka: **Nikola Škrbić**

Zadatak 6. Tjedna dedukcija

Sljedeći zadatak donosi opis radnog tjedna jedne gimnazijalke koja deduktivni sustav koristi kako bi si organizirala život i školske obveze. Pročitaj njena razmišljanja o svakom radnom danu tog tjedna i, na temelju tvrdnji iz svakog opisa, otkrij koje je odluke donijela te u deduktivnom sustavu prikaži kako je došla do tih odluka. Koristi se osnovnim logičkim pravilima te sljedećim dodatnim pravilima: „dvostruki nijek“, „idempotentnost“, „DeMorganovi zakoni“, „svođenje pogodbe“, „disjunktivni silogizam“, „hipotetički silogizam“ te „Modus tollens“. Radi skraćivanja dokaza osnovno pravilo 'i \neg ' (isključivanje negacije) može se pisati i kao 'dvn', no 'dvn' može se kao pravilo upotrijebiti i unutar složenog suda, npr. iz suda ' $A \wedge \neg\neg B$ ' prema ovom pravilu može se izvesti ' $A \wedge B$ '. Pravilo 'dvn' koristi se i kao skraćivanje dokaza za uvođenje negacije, npr. iz suda A možemo zaključiti $\neg\neg A$ na temelju pravila 'dvn'.

Premise iz kojih se izvodi ne moraju nužno stajati istim redom kojim su iskazane u tekstu, no na temelju pravila i redaka možeš rekonstruirati njihov očekivan poredak u dokazu.

Ponedjeljak

Sljedeći tjedan neću i odgovarati glazbeni i pisati slušni test iz njega samo ako taj predmet odgovaram ovaj ponедjeljak. No obećala sam ispeći kolače i tortu za obiteljsku proslavu u nedjelju navečer, kao i prošetati susjedova psa. Svoja obećanja nikad ne kršim. No budem li u nedjelju pekla kolače, neću stići i naučiti glazbeni i prošetati susjedova psa. Ne naučim li glazbeni, neću ga ni odgovarati ovaj ponedjeljak.

Zaokruži jednu od ponuđenih istaknutih riječi tako da rečenica bude istinita:

Dakle, sljedeći tjedan **ću/neću** odgovarati i pisati slušni test iz glazbenog.

Prikaži postupak zaključivanja koji je doveo do istinite rečenice unutar deduktivnog sustava iskazne logike, posluživši se sljedećim iskazima.

O: Ovaj ponedjeljak odgovarat ću glazbeni.

S: Sljedeći tjedan odgovarat ću glazbeni.

T: Sljedeći tjedan pisat ću slušni test iz glazbenog.

K: U nedjelju navečer ispeći ću kolače za obiteljsku proslavu.

P: U nedjelju ću prošetati susjedova psa.

N: Naučit ću glazbeni.

1	pretp
2	pretp
3	pretp
4	pretp
5	2 i \wedge
6	3,5 MP
7	6 DeM
8	2 i \wedge
9	8 dvn
10	7,9 DS
11	4,10 MP
12	1,11 MT
13	12 dvn

Utorak

Samo ako odgovaram izbornu psihologiju, neću odgovarati talijanski ili će odgovarati geografiju. Međutim, volontirat će na Sajmu stipendija te otići na trening košarke za školu jer možda igram utakmicu u četvrtak. Odem li volontirati ili trenirati košarku, neću stići naučiti izbornu psihologiju ni talijanski. Ako ne naučim a odgovaram talijanski, lošu ocjenu ispravljat će sljedeći put. No, ne naučim li izbornu psihologiju, nju neću odgovarati.

Zaokruži jednu od ponuđenih istaknutih riječi tako da rečenica bude istinita:

Dakle, u utorak **ću/neću** odgovarati geografiju i sljedeći sat **ću/neću** ispravljati lošu ocjenu iz talijanskog.

Prikaži postupak zaključivanja koji je doveo do te istinite rečenice unutar deduktivnog sustava iskazne logike, posluživši se sljedećim iskazima:

Z: Odgovarat će izbornu psihologiju.

B: Odgovarat će talijanski.

G: Odgovarat će geografiju.

M: Volontirat će na Sajmu stipendija.

R: Trenirat će košarku.

I: Naučit će izbornu psihologiju.

J: Naučit će talijanski.

C: Ispravljat će lošu ocjenu iz talijanskog sljedeći put.

1	
2	pretp
3	pretp
4	pretp
5	pretp
6	3 i \wedge
7	6 u \vee
8	5,7 MP
9	8 i \wedge
10	4,9 MP
11	2,10 MT
12	11 DeM
13	8 i \wedge
14	12 i \wedge
15	14 i \neg
16	13, 15 u \wedge
17	1, 16 MP
18	12 i \wedge
19	17, 18 u \wedge

Srijeda

Samo ako ne odgovaram lektiru, učit ćeu likovni. Ako neću učiti likovni, neću ga odgovarati. Možda ćeu istog dana morati pisati test iz matematike. Samo ako budem pisala test iz matematike, neću odgovarati likovni, no odgovarat ćeu sociologiju. Kao vrijedna i odgovorna učenica, sigurno ćeu vježbati matematiku za test. Ali budem li vježbala matematiku, brzo ćeu shvatiti da sam za dobru ocjenu počela vježbati prekasno pa ćeu ipak odgovarati lektiru, a izbjegći ispit iz matematike.

Zaokruži jednu od ponuđenih istaknutih riječi tako da rečenica bude istinita:

Dakle, u srijedu **ću/neću** odgovarati sociologiju.

Prikaži postupak zaključivanja koji je doveo do točnog rješenja gornjeg zadatka unutar deduktivnog sustava iskazne logike; posluživši se sljedećim iskazima:

L: Odgovarat ćeu likovni.

F: Učit ćeu likovni.

H: Odgovarat ćeu lektiru.

X: Pisat ćeu test iz matematike.

Đ: Vježbat ćeu matematiku.

U: Odgovarat ćeu sociologiju.

1	
2	
3	
4	
5	
6	5,4 MP
7	6 i \wedge
8	3,7 MT
9	8 DeM
10	9 dvn
11	6 i \wedge
12	11 dvn
13	1,12 MT
14	2,13 MP
15	10,14 DS

Četvrtak

Odigrat će košarkašku utakmicu ili odgovarati geografiju. Budem li večer prije čuvala rođakovu djecu, neću učiti geografiju. Ne budem li učila geografiju, neću je odgovarati. Budući da sam za četvrtak dogovorila odgovaranje iz biologije, taj će predmet sigurno odgovarati. Odgovaram li biologiju ili geografiju, neću moći otići na sastanak Crvenog križa. Samo ako ipak odem na taj sastanak, odgovarat će biologiju, no neću u srijedu navečer čuvati djecu.

Zaokruži jednu od ponuđenih istaknutih riječi tako da rečenica bude istinita:

Košarkašku utakmicu **ću/neću** odigrati u četvrtak.

Prikaži postupak zaključivanja koje je dovelo do točnog rješenja na gornji zadatak i to unutar deduktivnog sustava iskazne logike posluživši se sljedećim iskazima:

V: Odigrat će košarkašku utakmicu.

Y: Odgovarat će geografiju.

Š: Učit će geografiju.

Ć: Odgovarat će biologiju.

Č: Čuvat će rođakovu djecu u srijedu navečer.

Ž: Otići će na sastanak Crvenog križa.

1	pretp
2	pretp
3	pretp
4	pretp
5	pretp
6	pretp
7	<hr/> 6,5 HS
8	1 u v
9	3,8 MP
10	4,9 MT
11	10 DeM
12	1 dvn
13	11,12 DS
14	13 dvn
15	7,14 MP
16	2,15 DS

Petak

Budem li pisala ispit iz matematike ipak u petak, taj dan neću odgovarati engleski. Istog tog dana pripremat ću se za natjecanje iz hrvatskog jezika ili ću otići zubaru na pregled. Odem li kod zubara neću pisati test iz matematike, a samo ako se ne budem pripremala za natjecanje iz hrvatskog, neću odgovarati engleski. Također, samo ako tog dana odgovaram povijest, neću pisati matematiku.

Zaokruži jednu od ponuđenih istaknutih riječi tako da rečenica bude istinita:

Dakle, u petak **ću/neću** odgovarati povijest.

Prikaži postupak zaključivanja koje je dovelo do točnog rješenja u gornjem zadatku pomoću pravila deduktivnog sustava. Iskaznim slovima trebaš odrediti značenje na osnovi poznatih dijelova postupka i zadanog teksta. Uzmi u obzir da nepoznate rečenice koje izražavaju značenje iskaznih slova nisu niječnog oblika.

A: _____

E: _____

Q: _____

D: _____

W: _____

1		pretp
2		pretp
3		pretp
4		pretp
5	$\neg D \rightarrow W$	1 pog
6		4 i \wedge
7		6,5 HS
8		3,7 HS
9		4 i \wedge
10		8,9 HS
11		10 pog
12	$\neg Q$	11 idem
13	E	2,12 MP ****

Rješenje

PONEDJELJAK

Dakle, sljedeći tjedan **ću** odgovarati i pisati slušni test iz glazbenog.

1	$\neg(S \wedge T) \rightarrow O$	pretp
2	$K \wedge P$	pretp
3	$K \rightarrow \neg(P \wedge N)$	pretp
4	$\neg N \rightarrow \neg O$	pretp
5	K	2 i \wedge
6	$\neg(P \wedge N)$	3,5 MP
7	$\neg P \vee \neg N$	6 DeM
8	P	2 i \wedge
9	$\neg \neg P$	8 dvn
10	$\neg N$	7,9 DS
11	$\neg O$	4,10 MP
12	$\neg \neg(S \wedge T)$	1,11 MT
13	$S \wedge T$	12 dvn

UTORAK

Dakle, u utorak **neću** odgovarati geografiju i sljedeći sat **ću** ispravljati lošu ocjenu iz talijanskog.

1	$(\neg J \wedge B) \rightarrow C$	pretp
2	$(\neg B \vee G) \rightarrow Z$	pretp
3	$M \wedge R$	pretp
4	$\neg I \rightarrow \neg Z$	pretp
5	$(M \vee R) \rightarrow (\neg I \wedge \neg J)$	pretp
6	<hr/>	
6	M	3 i \wedge
7	$M \vee R$	6 u \vee
8	$\neg I \wedge \neg J$	5,7 MP
9	$\neg I$	8 i \wedge
10	$\neg Z$	4,9 MP
11	$\neg(\neg B \vee G)$	2,10 MT
12	$\neg\neg B \wedge \neg G$	11 DeM
13	$\neg J$	8 i \wedge
14	$\neg\neg B$	12 i \wedge
15	B	14 i \neg
16	$\neg J \wedge B$	13, 15 u \wedge
17	C	1, 16 MP
18	$\neg G$	12 i \wedge
19	$\neg G \wedge C$	17, 18 u \wedge

SRIJEDA

Dakle, u srijedu **neću** odgovarati sociologiju.

1	$F \rightarrow \neg H$	pretp
2	$\neg F \rightarrow \neg L$	pretp
3	$(\neg L \wedge U) \rightarrow X$	pretp
4	\mathbb{D}	pretp
5	$\mathbb{D} \rightarrow (H \wedge \neg X)$	pretp
6	$H \wedge \neg X$	5,4 MP
7	$\neg X$	6 i \wedge
8	$\neg(\neg L \wedge U)$	3,7 MT
9	$\neg\neg L \vee \neg U$	8 DeM
10	$L \vee \neg U$	9 dvn
11	H	6 i \wedge
12	$\neg\neg H$	11 dvn
13	$\neg F$	1,12 MT
14	$\neg L$	2,13 MP
15	$\neg U$	10,14 DS

ČETVRTAK

Košarkašku utakmicu **ču** odigrati u četvrtak.

1	$\neg C$	pretp
2	$V \vee Y$	pretp
3	$(\neg C \vee Y) \rightarrow \neg Z$	pretp
4	$(\neg C \wedge \neg V) \rightarrow \neg Y$	pretp
5	$\neg S \rightarrow \neg Y$	pretp
6	$\neg C \rightarrow \neg S$	pretp
7	$\neg C \rightarrow \neg Y$	6,5 HS
8	$\neg C \vee Y$	1 u \vee
9	$\neg Z$	3,8 MP
10	$\neg(\neg C \wedge \neg V)$	4,9 MT
11	$\neg C \vee \neg \neg V$	10 DeM
12	$\neg \neg C$	1 dvn
13	$\neg \neg \neg C$	11,12 DS
14	C	13 dvn
15	$\neg Y$	7,14 MP
16	V	2,15 DS

PETAK

Dakle, u petak **ću** odgovarati povijest.

1	$D \vee W$	pretp
2	$\neg Q \rightarrow E$	pretp
3	$Q \rightarrow \neg A$	pretp
4	$(W \rightarrow \neg Q) \wedge (\neg A \rightarrow \neg D)$	pretp
5	$\neg D \rightarrow W$	1 pog
6	$\neg A \rightarrow \neg D$	4 i \wedge
7	$\neg A \rightarrow W$	6,5 HS
8	$Q \rightarrow W$	3,7 HS
9	$W \rightarrow \neg Q$	4 i \wedge
10	$Q \rightarrow \neg Q$	8,9 HS
11	$\neg Q \vee \neg Q$	10 pog
12	$\neg Q$	11 idem
13	E	2,12 MP ****

Objašnjenje posljednjeg izvoda

Poznat je završetak postupka, iskaz E, a kako je poznato da je cilj postupka utvrditi da **ću** u petak odgovarati povijest, iskaz E glasi:

E: U petak **ću** odgovarati povijest.

Poznat je iskaz $\neg Q$ u koraku 12. Kako je posljednji korak postupka dobiven pomoću MP iz 2.koraka i 12.koraka, u 2.koraku treba stajati $\neg Q \rightarrow E$, a to je, prema zadanom tekstu rečenica „samo ako tog dana odgovaram povijest, neću pisati matematiku“. Prema tomu,

Q: U petak **ću** pisati test iz matematike.

Poznat je korak 5: $\neg D \rightarrow W$, koji je po zakonu svođenja pogodbe došao iz prvog koraka koji posljedično glasi $D \vee W$. U zadanom je tekstu samo jedna disjunkcija: „istog tog dana pripremat **ću** se za natjecanje iz hrvatskog ili **ću** otići zubaru na pregled“, pa je

D: U petak **ću** se pripremati za natjecanje iz Hrvatskog.

W: U petak **ću** otići zubaru na pregled.

Preostalo je još odrediti iskaz A. Kako u postupku zaključivanja sudjeluje još rečenica o odgovaranju engleskog, zaključujemo da je

A: U petak ču odgovarati engleski. Kada smo odredili značenja iskaznih slova, ostatak postupka lako možemo ispuniti.

Autorica zadatka: **Iva Zekić**